Chapitre 13

Distance entre Mars et le Soleil

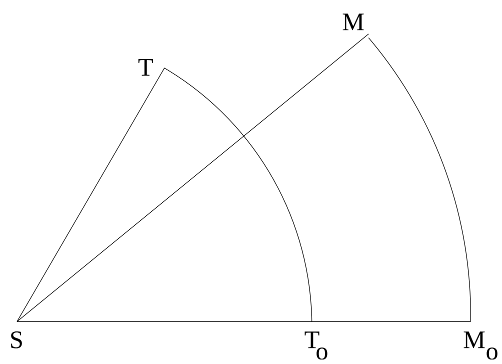
Mars est la première planète du système solaire se trouvant au delà de l'orbite terrestre. Nous supposerons dans un premier temps que son orbite est un cercle centré sur le soleil, dans le plan de l'orbite terrestre.

A. Période de révolution sidérale de Mars.

Nous savons observer quand Mars est à l'opposition, c'est à dire quand Mars, la Terre et le Soleil sont alignés, la Terre étant entre Mars et le Soleil.

En observant tous les soirs, on peut donc déterminer la durée qui sépare deux oppositions. On l'appelle période de révolution synodique, on le note σ. On a $\sigma \approx 779$ jours.

Considérons la figure suivante.



A l'instant $t = 0$, Mars (point M_0) est à l'opposition. La Terre est au point T_0.

A un instant t, Mars se trouve en M et la Terre en T.

On observe que la Terre tourne plus vite que Mars. Cela implique que $\widehat{TST_0} \quad > \quad \widehat{MSM_0}$

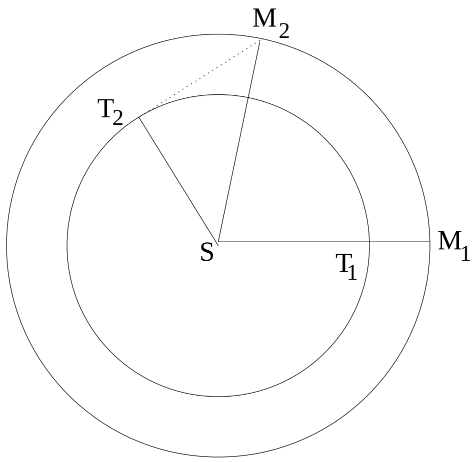
1. En supposant que Mars se déplace uniformément, exprimer l'angle $\widehat{MSM_0}$ en fonction de t et de sa période de révolution sidérale que l'on notera μ.
2. En supposant que la Terre se déplace uniformément, exprimer l'angle $\widehat{TST_0}$ en fonction de t et de sa période de révolution sidérale que l'on notera τ.
3. En déduire l'expression de l'angle $\widehat{MST}$ en fonction de t, μ, τ.
4. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{MST}$ lorsque $t = \sigma$?

En déduire l'expression de μ en fonction de σ et τ, puis faire une application numérique avec $\tau = 365$ jours (arrondir à l'unité).

B. Rayon de l'orbite de Mars.

Depuis la Terre on peut observer que 106 jours après que le Soleil et Mars aient formé un angle plat avec la Terre (opposition), ils forment un angle droit (quadrature).

Nous appellerons S le soleil, T_1 et M_1 les positions respectives de la Terre et de Mars en opposition, et T_2 et M_2 leurs positions respectives en quadrature.



1. Sachant que la période de révolution de la Terre est de 365 jours, calculer un arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{T_2ST_1}$.
2. Sachant que la période de révolution de mars est de 687 jours, calculer un arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{M_2SM_1}$.
3. Déduire des questions 1 et 2 une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{T_2SM_2}$.

Exprimer alors le rapport du rayon de l'orbite de Mars au rayon de l'orbite de la Terre.

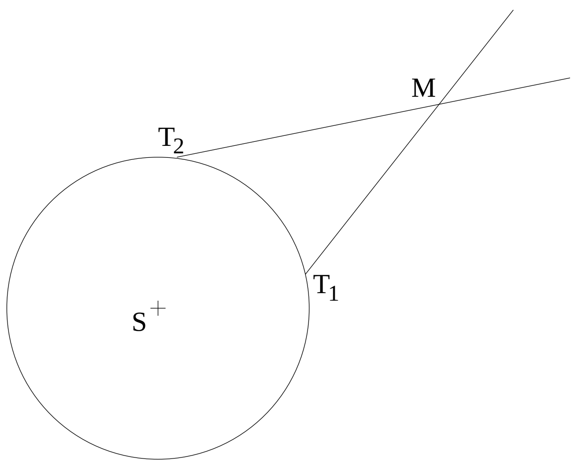
C. Construction à l'échelle de l'orbite de Mars.

Voici une méthode qui a été utilisée par l'astronome allemand Kepler (1571-1630) pour déterminer l'orbite de Mars.

Méthode.

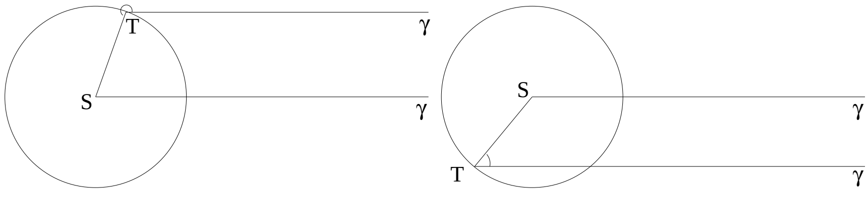
Nous supposerons que l'orbite de la Terre est un cercle centré sur le soleil et que l'orbite de Mars et l'orbite de la Terre sont coplanaires.

Traçons un cercle de 5 cm de rayon représentant l'orbite de la Terre. Notons S son centre. Le point S représente donc le soleil. Nous allons construire 5 points de l'orbite de Mars en respectant l'échelle du dessin.



Nous savons que la période de révolution sidérale de Mars est de 687 jours. Cela signifie que si nous faisons deux observations de Mars à 687 jours d'intervalle, celle-ci se trouve au même endroit, tandis que la Terre se trouvera en deux positions différentes T_1 et T_2. Si grâce à ces observations nous parvenons sur notre dessin à tracer les demi-droites $[T_1M)$ et $[T_2M)$, nous aurons un point de l'orbite de Mars à l'intersection de ces deux demi-droites.

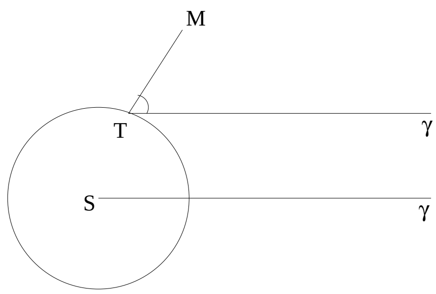
Longitude géocentrique.



Longitude géocentrique du Soleil.

Fixons une demi-droite $[S\gamma)$ sur notre figure, que l'on appelle direction du point vernal.

Les astronomes savent mesurer l'angle orienté de demi-droites $([T\gamma),[TS))$, qu'ils appellent longitude géocentrique du soleil (Figures “Longitude géocentrique du Soleil”), et l'angle orienté de demi-droites $([T\gamma),[TM))$, qu'ils appellent longitude géocentrique de Mars (Figures “Longitude géocentrique de Mars”).



Longitude géocentrique de Mars.

En compilant les observations de l'astronome danois Tycho Brahé (1546-1601), Kepler a pu établir une liste de 5 couples de mesures des longitudes géocentriques du soleil (λ_S) et de Mars (λ_M). Elles se trouvent dans les deux premières colonnes du tableau ci-dessous :

date	λ_S	λ_M	l_T
17-02-1585	$339°23'$	135°12’	
05-01-1587	$295°21'$	$182°08'$	
19-09-1591	$185°47'$	$284°18'$	
06-08-1593	$143°26'$	$346°56'$	
07-12-1593	$265°53'$	$3°04'$	
25-10-1595	$221°42'$	$49°42'$	
28-03-1587	$16°50'$	$168°12'$	
12-02-1589	$333°42'$	$218°48'$	
10-03-1585	$359°41'$	$131°48'$	
26-01-1587	$316°06'$	$184°42'$	

Longitude Héliocentrique.

Afin de placer les positions de la Terre correspondants aux mesures effectuées, il nous faut disposer de l'angle orienté de demi-droites $([S\gamma), [ST))$, que l'on appelle longitude héliocentrique de la Terre, et que l'on note l_T.

Etablir une relation entre $\lambda_S$et l_T puis compléter la troisième colonne du tableau.

Construction des 5 points de l'orbite de Mars.

Pour chaque couple de mesures, construire les points T_1 et T_2 de l'orbite de la Terre grâce à la longitude héliocentrique de la Terre puis construire les demi-droites $[T_1M)$ et $[T_2M)$ grâce à la longitude géocentrique de Mars.

Orbite de Mars.

1. Tracer un nouveau cercle de centre S et de 5 cm de rayon. A l'aide d'une feuille de calque y reporter les cinq points de l'orbite de Mars trouvés ci-dessus. Ces cinq points déterminent dix segments. Tracer les médiatrices de chacun de ces segments.
2. Ces dix médiatrices sont-elles concourantes ? A quoi cela peut-il être dû ?
3. Choisir un point O à l'intérieur du polygone formé par ces dix médiatrices. Tracer un cercle de centre O passant approximativement par les cinq points de l'orbite de Mars.

Le fait que les médiatrices ne soient pas concourantes ne s'explique pas uniquement par les imprécisions de mesure. Kepler démontra que l'orbite de Mars est en fait une ellipse dont un foyer est le soleil. Sa faible excentricité fait qu'on peut l'assimiler à un cercle dont le centre est peu éloigné du soleil. Grâce au dessin nous pouvons estimer cette excentricité : c'est le rapport de la distance SF au rayon de l'orbite de Mars. On trouve environ 1/10.

Cette faible excentricité permet d'affirmer que les résultats des parties A et B restent d'une précision satisfaisante malgré l'hypothèse faite dans ces parties que l'orbite de Mars est un cercle centré sur le Soleil.