Astrolabe planisphérique

Repérage et mouvements sur la voute céleste

I Découverte du logiciel Stellarium

1) Réglages initiaux :
- Lancer le logiciel « Stellarium ».
- A l'aide de la fenêtre de positionnement, régler le lieu d'observation : 50° de latitude Nord, 3° de longitude Est (coordonnées approximatives de Valenciennes).
- A l'aide de la fenêtre « Date / Heure », afficher le ciel visible ce soir à 22 h.

2) Qu'appelle-t-on « constellation » ? Citer quelques constellations qui seront visibles ce soir. Dans quelle direction la constellation d'Hercule sera-t-elle visible ?

3) La Lune sera-t-elle visible ce soir ?
Quelles planètes seront visibles ce soir ? Dans quelles constellations ?

II Système de coordonnées azimutales

1) **a)** A l'aide des boutons situés en bas de l'écran, afficher la grille azimutale.
b) Quels nombres permettent de repérer l'étoile Pollux ? (utiliser, si nécessaire, la fenêtre de recherche pour trouver Pollux).
c) Donner la définition des coordonnées azimutales.

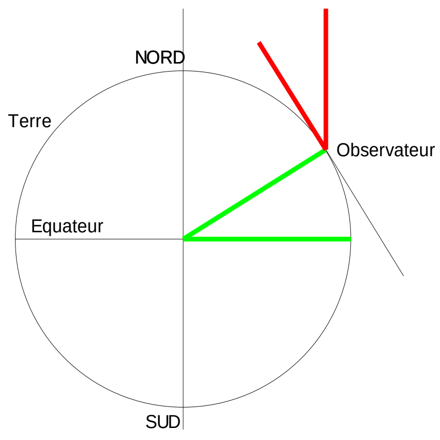
2) Quelques exemples : lire les coordonnées azimutales de l'étoile Regulus, de Jupiter, de la Lune.

3) Que deviennent les coordonnées azimutales lorsque le temps s'écoule ? Et lorsque l'on change de lieu d'observation ?

4) **a)** Quelle est la hauteur d'un astre à son lever ? à son coucher ?
b) En déduire la durée du jour aujourd'hui.

5) A quelle heure l'étoile Arcturus passera-t-elle au méridien ce soir (azimut 180 °) ?

III L'Etoile Polaire



1) **a)** Décrire le mouvement des étoiles au-dessus de l'horizon nord, lorsque le temps s'écoule.
b) Comment expliquer ce mouvement ?

2) Qu'appelle-t-on « Etoile Polaire » ?

3) Démontrer que la hauteur de l'Etoile Polaire est égale à la latitude de l'observateur (cf. figure ci-contre).

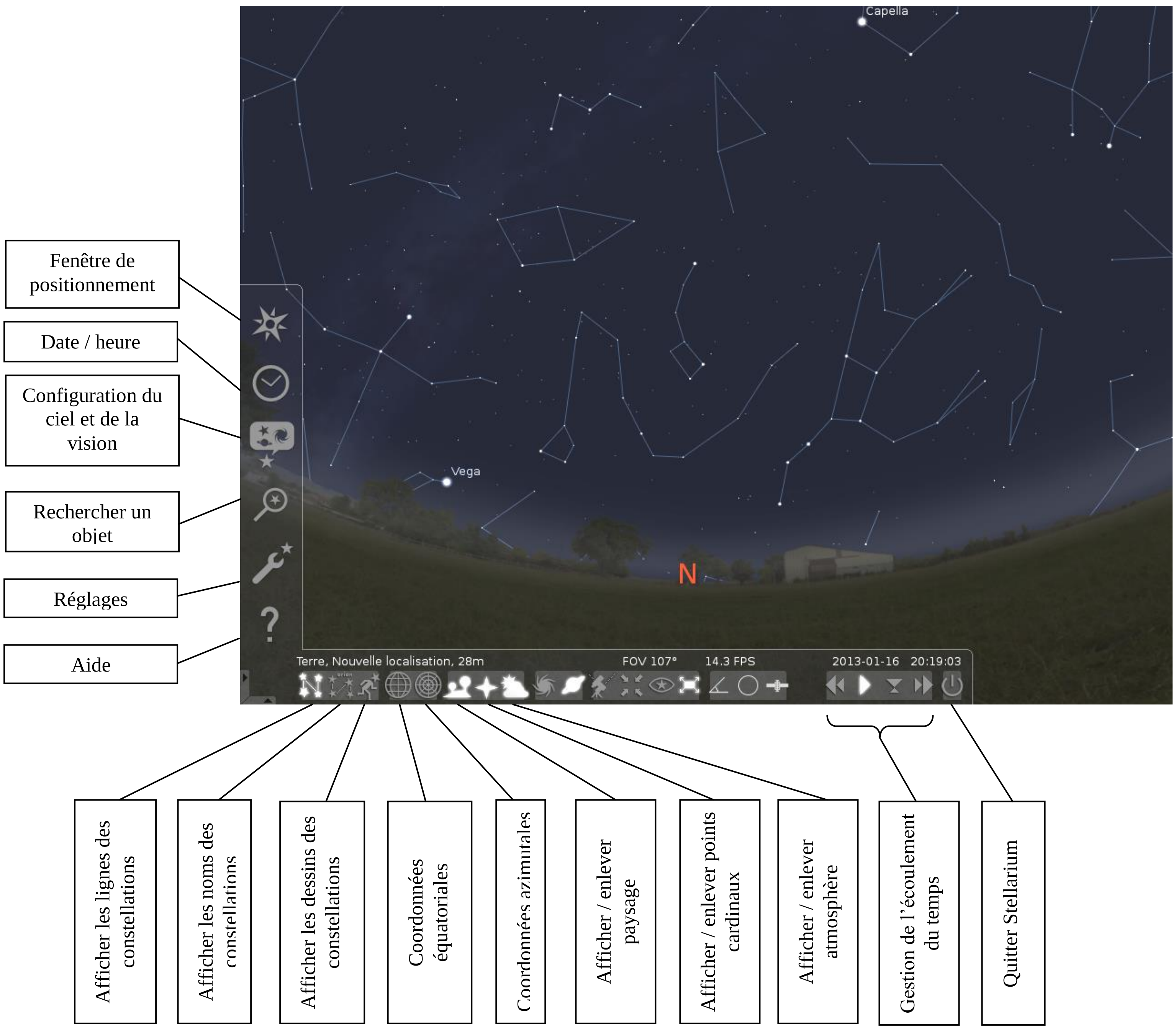
IV L'écliptique

1) Afficher la ligne écliptique (fenêtre « configuration du ciel et de la vision », onglet « marques »).
Zoomer (légèrement) sur le Soleil, sélectionner une étoile proche du Soleil et verrouiller le suivi sur cette étoile (barre espace).

2) Décrire le mouvement apparent du Soleil et des planètes jour après jour. Comment expliquer cette trajectoire apparente du Soleil ?

3) Qu'est-ce que le plan écliptique ? La ligne écliptique ?

Boutons du logiciel Stellarium



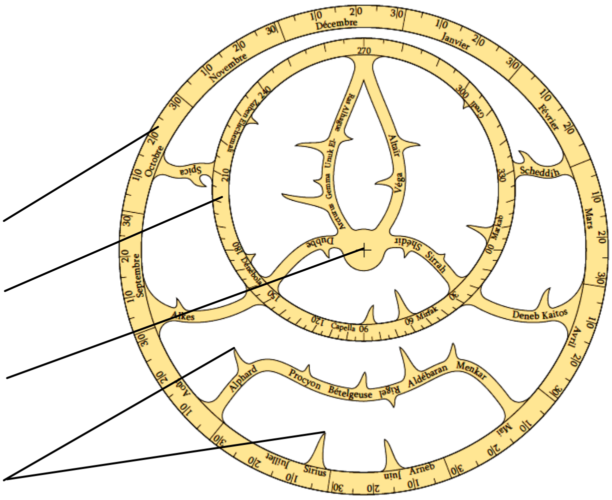
Description de l'astrolabe

I L'araignée

L'araignée représente la voute céleste.

1) Annoter le schéma ci-contre.

2) Quels objets célestes ne peuvent figurer sur l'araignée ? Pourquoi ?

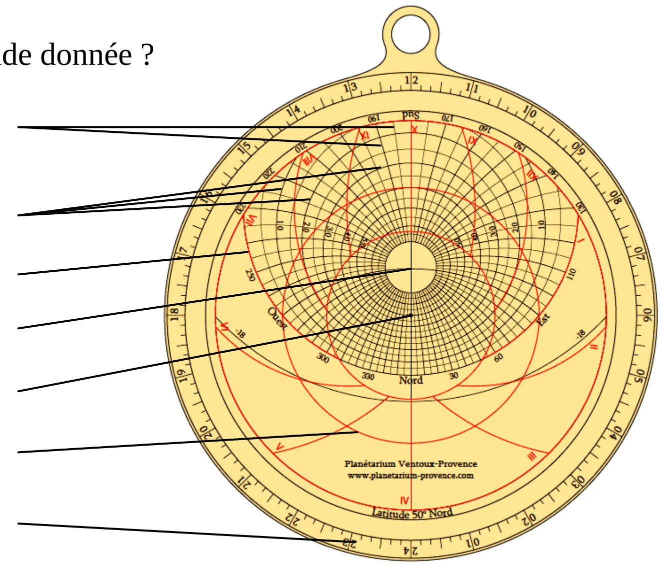


II Le tympan

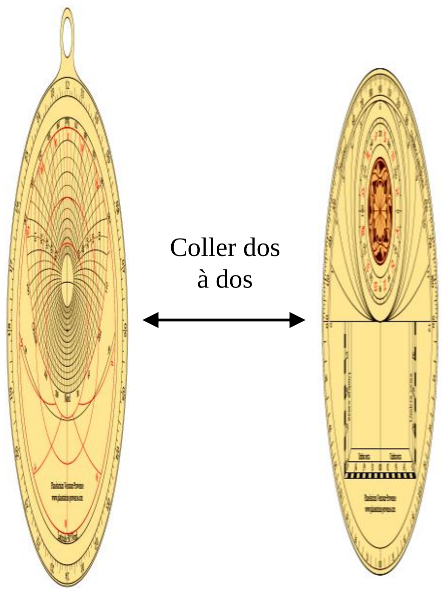
Le tympan représente la « grille azimutale » pour une latitude donnée.

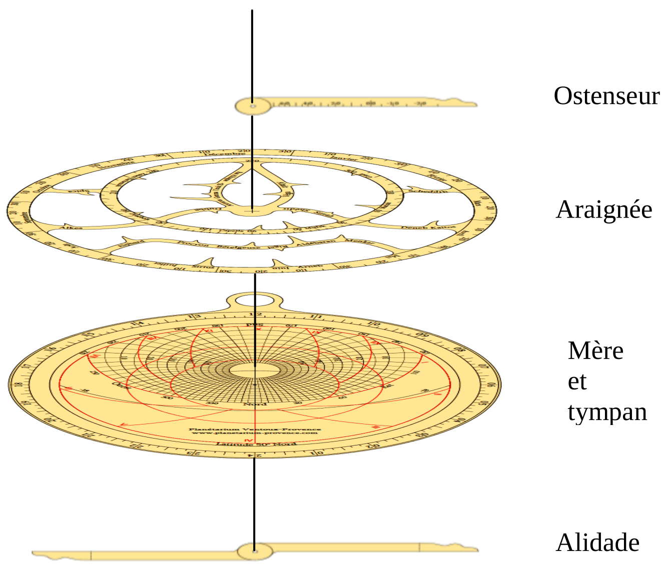
1) Annoter le schéma ci-contre.

2) Pourquoi le tympan est-il construit pour une latitude donnée ?



III Montage de l'astrolabe





Utilisation de l'astrolabe

I Lecture de la date (jour et heure)

- On lit l'**heure civile locale** sur le limbe de la Mère en face de la date du jour considéré sur le bord de l'araignée.
- Correction due à la longitude de l'observateur pour obtenir le **Temps Universel** (heure civile locale à Greenwich) : + 4 minutes par degré de longitude Ouest.
- Le **temps légal** (fuseau horaire) est obtenu en ajoutant 2 h en été ou 1 h en hiver.

II Positionnement du Soleil sur l'écliptique

1ère méthode :
La connaissance de la longitude écliptique du Soleil permet de le placer directement sur l'écliptique.

2ème méthode :
L'ostenseur permet, par repérage de la date sur le bord de l'araignée, de positionner le **Soleil moyen** sur l'écliptique. Pour obtenir la position du **Soleil vrai**, il faut utiliser la courbe de l'équation du temps (donnée page suivante).

III Fonctionnement de l'astrolabe

- L'astrolabe fait le lien entre trois informations :
  - la position d'un astre (donc de l'ensemble du ciel) ;
  - le jour ;
  - l'heure.

  Connaissant deux informations, on en déduit la troisième.
- On positionne l'araignée :
  - à l'aide des almicantarats si on connaît la hauteur (ou l'azimut) d'un astre (attention : si l'astre n'est pas au méridien, il peut atteindre deux fois la même hauteur dans la même journée, à l'est ou à l'ouest)
  - en faisant correspondre l'heure (civile locale) avec le jour.

IV Applications

1) **a)** A quelle heure se lève l'étoile Sirius aujourd'hui ?

b) A quelle heure l'étoile Rigel passe-t-elle au méridien (plein sud) aujourd'hui ?

c) Ce jour, Véga est mesurée à 20° de hauteur au-dessus de l'horizon ouest. Quelle heure est-il ?

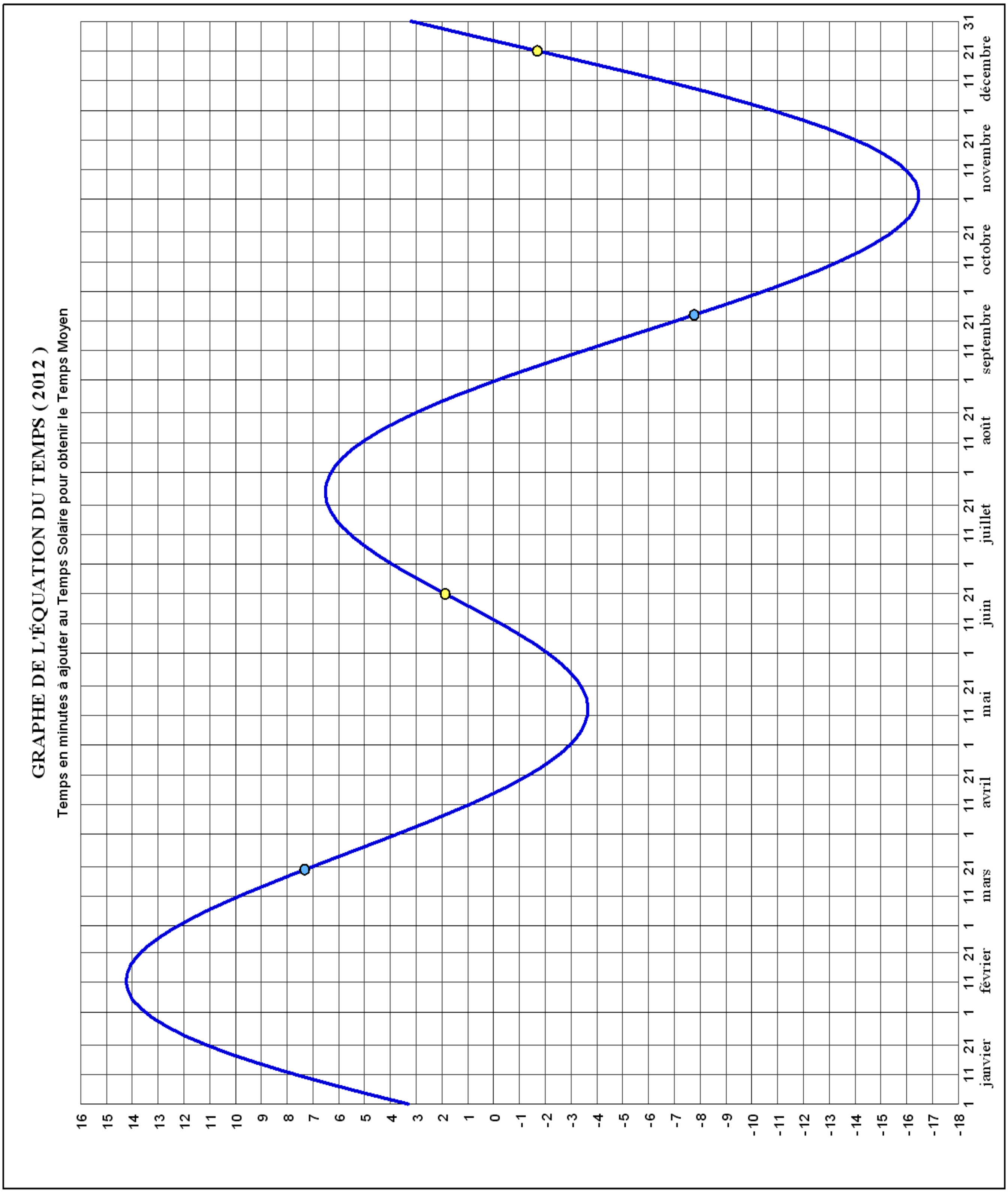
d) A quelle heure le Soleil se couche-t-il aujourd'hui ?

e) Quelle est la durée du jour aujourd'hui ?

2) L'étoile Aldebaran est-elle visible aujourd'hui à 22 h (temps légal) ? Quelles sont ses coordonnées azimutales à cet instant ?

3) A quelle date peut-on observer le passage d'Arcturus au méridien à 23 h (heure légale) ?

4) Comment obtenir la direction du sud à toute heure du jour ?


GRAPHE DE L'ÉQUATION DU TEMPS (2012)
Temps en minutes à ajouter au Temps Solaire pour obtenir le Temps Moyen
16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10 -11 -12 -13 -14 -15 -16 -17 -18
janvier
février
mars
avril
mai
juin
juillet
août
septembre
octobre
novembre
décembre
1 11 21 31

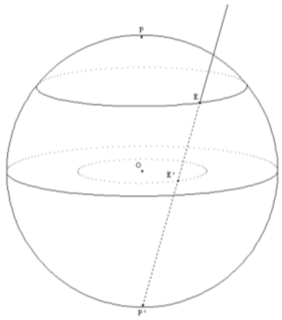
Construction de l'astrolabe

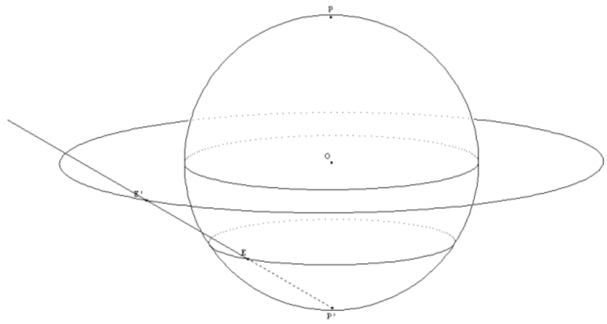
Dans toute cette section, on note $\mathcal{S}$ la sphère céleste, O son centre, P et P' les pôles célestes nord et sud, $\mathcal{P}$ le plan de l'équateur.

I La projection stéréographique

Principe de la projection stéréographique de pole P' dans le plan de l'équateur

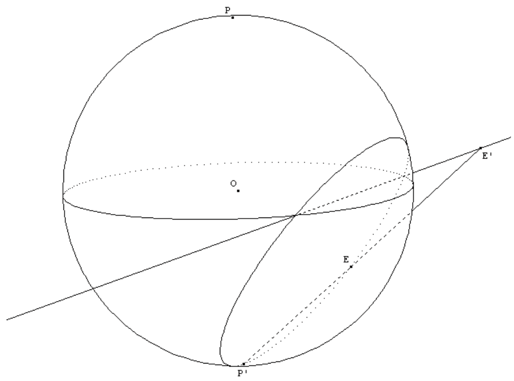
Le point E (différent de P') de la sphère $\mathcal{S}$ est envoyé sur le point E', intersection de la demi-droite [P'E) et du plan de $\mathcal{P}$ l'équateur.





Rq. : la projection stéréographique d'un cercle est un cercle ou une droite (voir ci-après), ce qui facilite le tracé du tympan. D'autre part, la projection stéréographique limite la déformation des petites constellations.

Exercice 1 : la projection stéréographique d'un cercle passant par P' (et privé de P') est une droite



Soit $\mathcal{C}$ un cercle de $\mathcal{S}$ passant par P', $\mathcal{P}$ le plan de projection (équateur) et $\mathcal{P}$' le plan contenant le cercle $\mathcal{C}$.

1) Justifier que les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}$' ne sont pas parallèles. Soit *d* leur droite d'intersection.

2) Soit E un point de $\mathcal{C}$ et E' son projeté dans la plan $\mathcal{P}$. Démontrer que E' est sur la droite *d*.

3) Soit E' un point de la droite *d*. Démontrer qu'il existe sur le cercle un unique point E différent de P' tel que (P'E') coupe le cercle $\mathcal{C}$ en E.

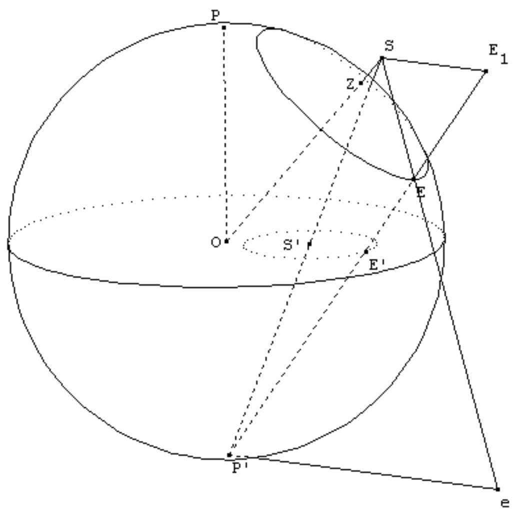
4) Conclure.

Exercice 2 : la projection stéréographique d'un cercle ne passant pas par P' est un cercle

Partie A : cas d'un petit cercle.

Soit :

- $\mathcal{C}$ un petit cercle de $\mathcal{S}$ (c'est-à-dire un cercle non centré en O) ne passant pas par P' ;
- E un point de $\mathcal{C}$;
- S le sommet du cône tangent à $\mathcal{S}$ en $\mathcal{C}$;
- E' et S' les projetés respectifs de E et S ;
- e le point d'intersection de la droite (SE) et du plan tangent à $\mathcal{S}$ en P' ;
- E_1 le point d'intersection de la droite (P'E) et de la parallèle à (P'e) menée par S.



1) Démontrer que les points P', S', S, e, E, E' et E_1 sont coplanaires.

2) Démontrer que P'e = Ee.

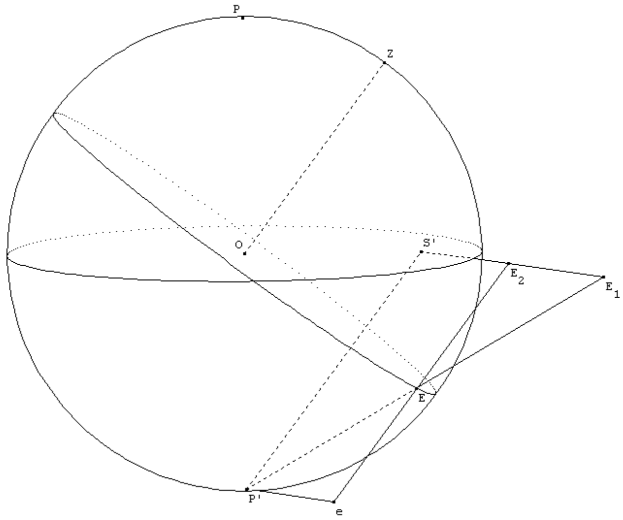
3) En déduire que SE = SE_1 puis que S'E' = $\frac{P'S'}{P'S} \times$ SE.

4) Justifier que la distance $S'E_1$ ne dépend pas de la position du point E sur le cercle $\mathcal{C}$.

5) Conclure.

Partie B : cas d'un grand cercle

Soit :



- $\mathcal{C}$ un grand cercle de $\mathcal{S}$ (de centre O) ne passant pas par P' et E un point de $\mathcal{C}$;
- E_1 le projeté de E sur le plan de l'équateur ;
- Z le point de l'hémisphère nord de $\mathcal{S}$ tel que (OZ) est orthogonal au plan de $\mathcal{C}$;
- E_2 le point d'intersection de la parallèle à (OZ) passant par E avec le plan de l'équateur ;
- e le point d'intersection de la parallèle à (OZ) passant par E avec le plan parallèle à l'équateur passant par P' ;
- S' le point d'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la parallèle à (OZ) passant par P'.

1) Démontrer que les droites (P'S'), ($P'E_1$) et (eE_2) sont coplanaires.
En déduire l'alignement des points S', E_1, E_2.

2) a) Démontrer que la droite (eE) est tangente à $\mathcal{S}$.

b) Démontrer que eE = P'e.

3) Démontrer que $\frac{P'S'}{E_1S'} = \frac{E_2E}{E_2E_1}$ puis que $\frac{E_2E}{E_2E_1} = \frac{eE}{P'e}$.

4) En déduire que P'S' = E_1S'.

5) La distance E_1S' dépend-elle de la position du point E sur le cercle $\mathcal{C}$?

6) Conclure.

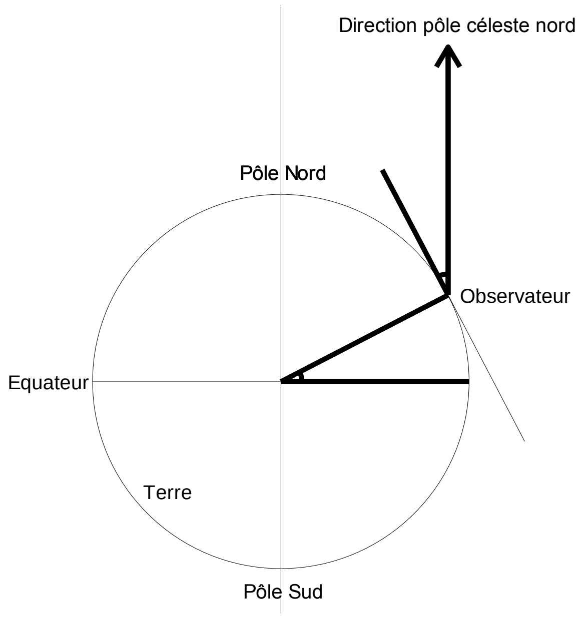
Conséquence : les centres des cercles de hauteurs (almicantarats) sont alignés sur la droite d'intersection du plan de l'équateur et du plan contenant le méridien (car S' $\in$ (OPZ)).

La détermination des centres et des rayons des almicantarats est proposés dans les exercices suivants.

II Construction algébrique de l'astrolabe

Exercice 1 : hauteur de l'Etoile Polaire

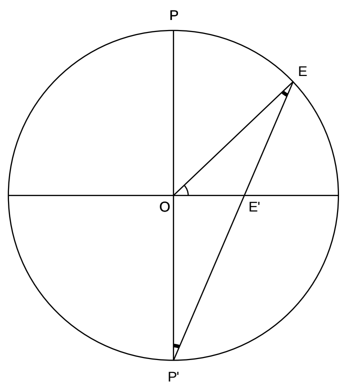
Démontrer que la hauteur du pôle céleste nord (angle mesuré par l'observateur entre l'horizon et la direction du pôle céleste nord) est égal à la latitude de l'observateur.

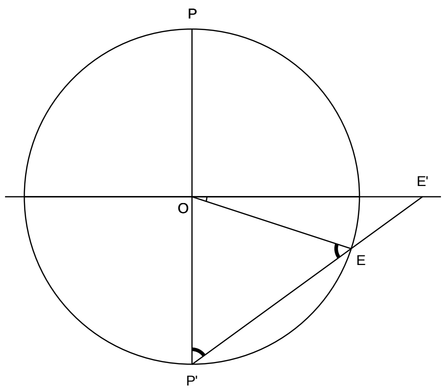


Exercice 2 : détermination de la distance OE'

Soit E un point de $\mathfrak{S}$ différent de P' et E' son projeté sur $\mathscr{P}$.

Plaçons-nous dans le plan (EPP') et notons respectivement ε et δ des mesures des angles $\widehat{OP'E'}$ et $\widehat{EOE'}$.





1) Quelle est la nature du triangle OEP' ?

2) En distinguant deux cas (E situé dans l'hémisphère nord ou dans l'hémisphère sud), exprimer ε en fonction de δ.

3) En considérant le triangle OE'P', démontrer que :

OE' = OP tan $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}\right)$ si E est dans l'hémisphère nord ;

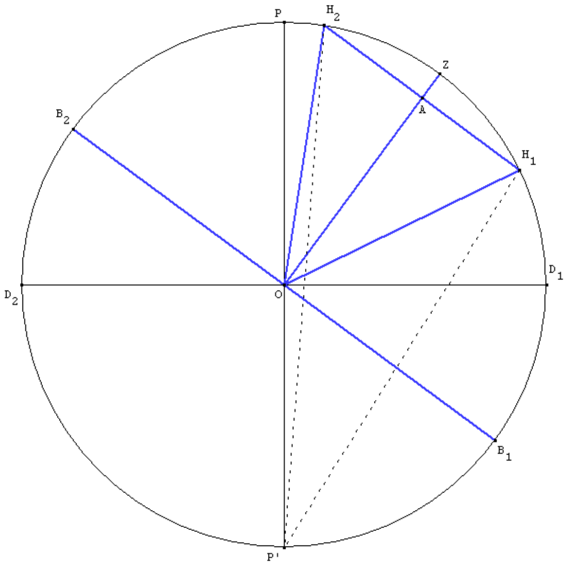
OE' = OP tan $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2}\right)$ si E est dans l'hémisphère sud.

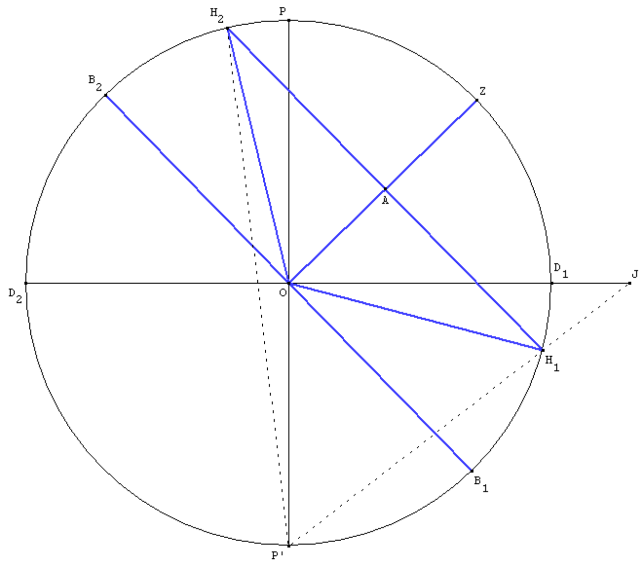
Rq. : le cas où E est situé sur l'équateur est trivial ;
en considérant des angles orientés ($\delta \geq 0$ si E est dans l'hémisphère nord et $\delta \leq 0$ sinon), la 1ère formule s'applique pour tout point E de la sphère (différent de P').

Exercice 3 : détermination du centre et du rayon du projeté du cercle de hauteur *h*

1) On note l la latitude d'utilisation de l'astrolabe et on considère le cercle de hauteur h dont on souhaite construire le projeté (almicantarat). L'angle $\widehat{B_1OH_1}$ a donc pour mesure h.

- Démontrer que l'angle $\widehat{D_1OH_1}$ a pour mesure $h + l - \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{\pi}{2} - h - l$ selon que H_1 est dans l'hémisphère nord ou dans l'hémisphère sud.
- Démontrer que l'angle $\widehat{D_1OH_2}$ a pour mesure $\frac{\pi}{2} - h + l$ ou $\frac{\pi}{2} - l - h$ selon que $h \geq l$ ou $h \leq l$.





2) On se place dans le repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OD_1}, \overrightarrow{OP})$. En utilisant les résultats de l'exercice 2 et en distinguant les cas $h \geq \frac{\pi}{2} - l$ et $h \leq \frac{\pi}{2} - l$ d'une part, et $h \geq l$ et $h \leq l$ d'autre part, démontrer que :

- le point H_1' a pour abscisse $OP \times \text{cotan}\,\dfrac{h+l}{2}$;
- le point H_2' a pour abscisse $OP \times \tan\dfrac{h-l}{2}$.

3) En déduire l'abscisse du centre et le rayon de l'almicantarat correspondant au cercle de hauteur h.

Exercice 4 : feuille de calcul

Créer une feuille de calcul donnant les centres et rayons des almicantarats (de 10° en 10°) en fonction de la latitude l.

E2 | =B$1*(1/TAN((D2+B$7)/360*PI())+TAN((D2-B$7)/360*PI()))/2

	A	B	C	D	E	F
1	Rayon équatoriale de l'astrolabe (OP) :	5		Hauteur *h* (en degrés)	Abscisse du centre de l'almicantarat	Rayon de l'almicantarat
2				0	4,2	6,5
3				10	3,4	5,2
4				20	2,9	4,2
5				30	2,5	3,4
6				40	2,3	2,7
7	Latitude *l* :	50		50	2,1	2,1
8				60	2,0	1,5
9				70	1,9	1,0
10				80	1,8	0,5
11				90	1,8	0,0

II Construction géométrique de l’astrolabe

Exercice 1 : le tympan

Sur la figure ci-contre sont représentés :

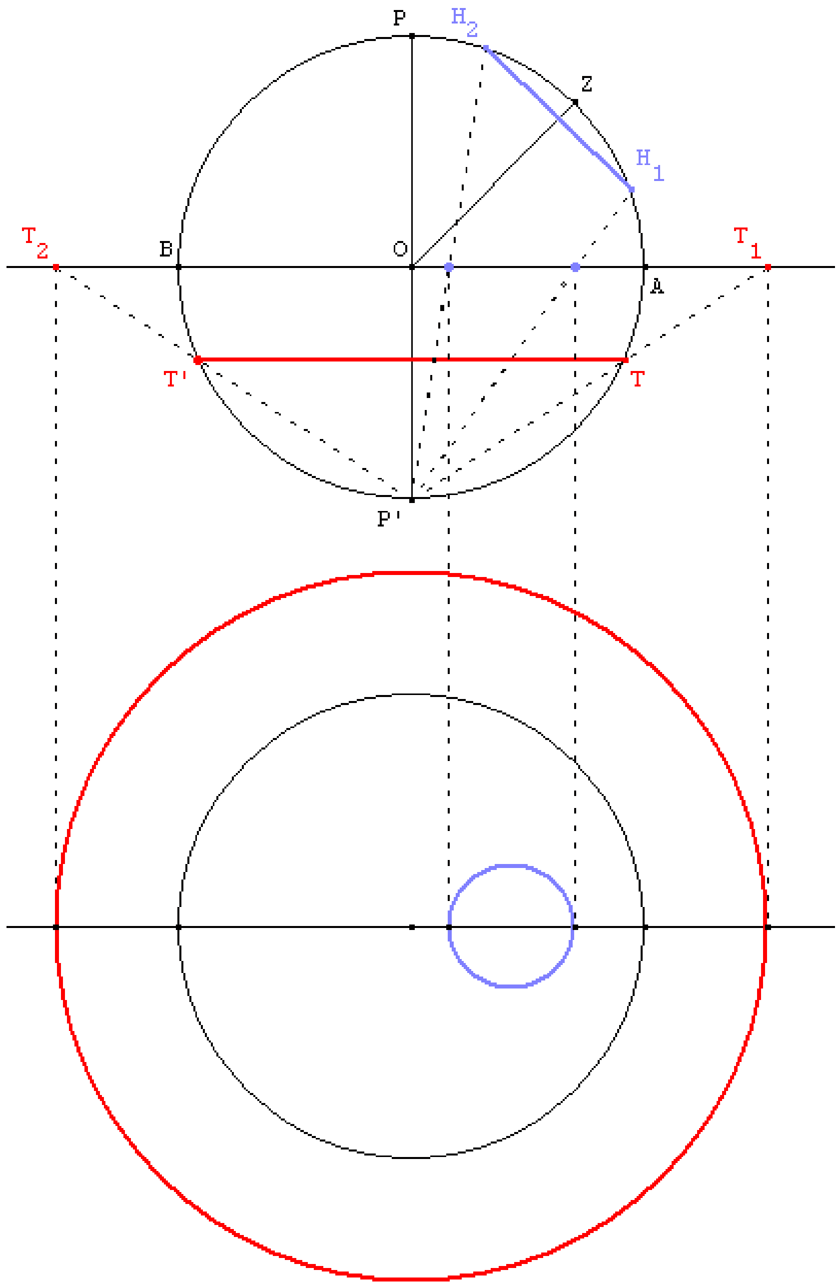
- P : pôle céleste nord ;
- [AB] : trace de l’équateur céleste ;
- [TT’] : trace du tropique du Capricorne (bord extérieur du tympan) ; latitude du tropique du Capricorne : environ 23,5° S.
- Z : zénith de l’observateur ;
- [H_1H_2] : trace d’un cercle de hauteur.

1) En reprenant le principe de la figure, construire un tympan vérifiant les conditions suivantes :
- L’équateur est représenté par un cercle de 10 cm de diamètre.
- Le tympan est utilisable à la latitude 50° N (Justifier que l’angle $\widehat{AOZ}$ est égal à la latitude de l’observateur, voir exercice 1 page 6).

2) Représenter le zénith sur le tympan.

3) Tracer le cercle d’horizon.

4) Tracer les almicantarats représentant les cercles de hauteurs de 10° en 10°.



Vue en coupe dans le plan méridien (OPZ)

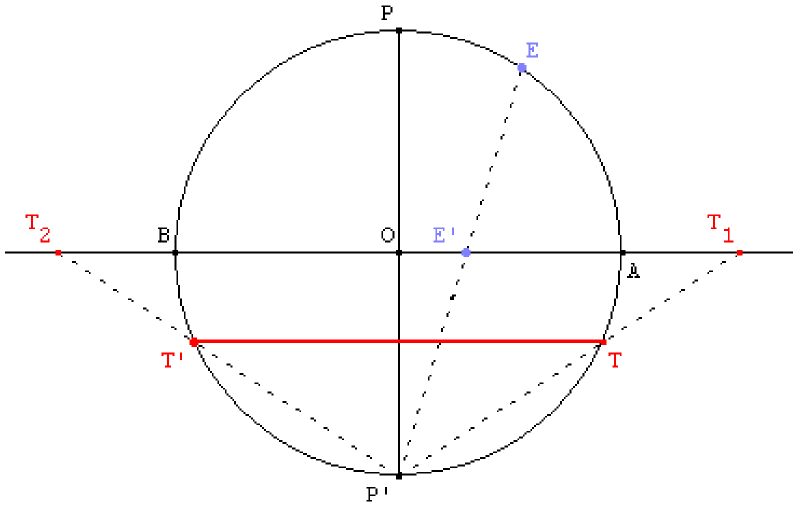
Vue de « dessous » :
plan équatorial vu depuis le point P’

Exercice 2 : l'araignée

- **Déclinaison d'une étoile sur l'araignée :**
  la méthode précédente permet d'obtenir la distance OE' à reporter entre le centre de l'araignée (projection de P) et l'image de l'étoile projetée sur l'araignée (voir figure ci-dessous).

- **Ascension droite :**
  il suffit de choisir un « rayon origine » et de reporter directement les ascensions droites des astres (l'ascension droite d'une étoile étant lue directement sur l'équateur).

1) Relever, à l'aide de Stellarium, les coordonnées équatoriales de quelques étoiles.
Représenter ces étoiles sur l'araignée (limitée par le tropique du Capricorne).



2) L'écliptique est représenté par un cercle tangent aux deux tropiques (par définition des tropiques). Les points de contact de l'écliptique et des tropiques correspondent aux solstices d'été (90° de longitude écliptique) et d'hivers (270° de longitude écliptique).

a) Tracer l'écliptique sur l'araignée.

La graduation de l'écliptique correspond à la longitude écliptique du Soleil (pris en compte dans l'équation du temps). Les formules de trigonométrie sphérique permettent d'établir la relation :

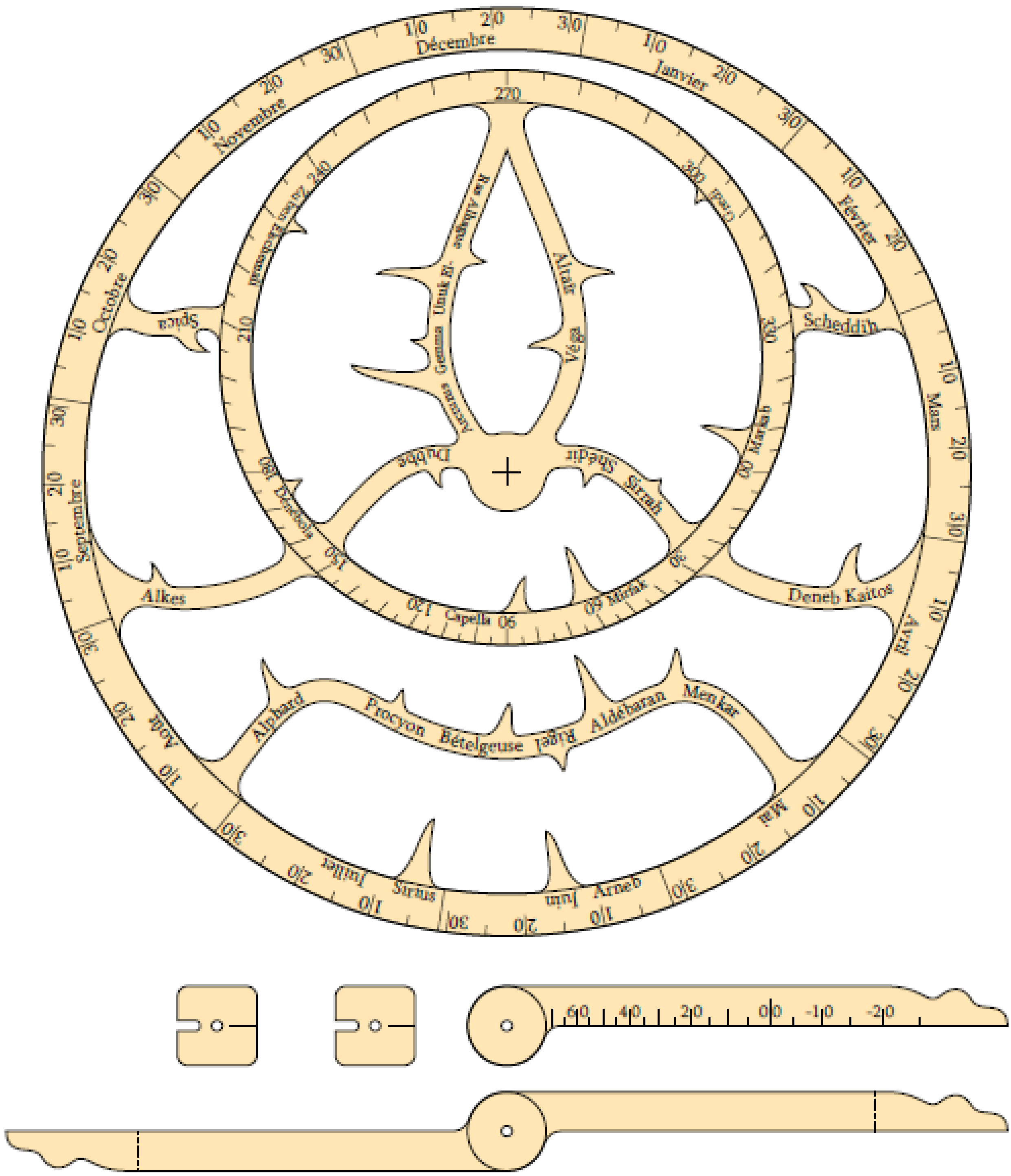
$\boxed{\text{tg}\ \alpha = \cos \omega\ \text{tg}\ l}$ avec :
l : longitude écliptique du Soleil,
α : ascension droite du Soleil,
ω : obliquité ($\omega \approx 26{,}43°$).

b) Construire une feuille de tableur donnant les valeurs de α correspondant aux longitudes écliptiques de 10° en 10°.

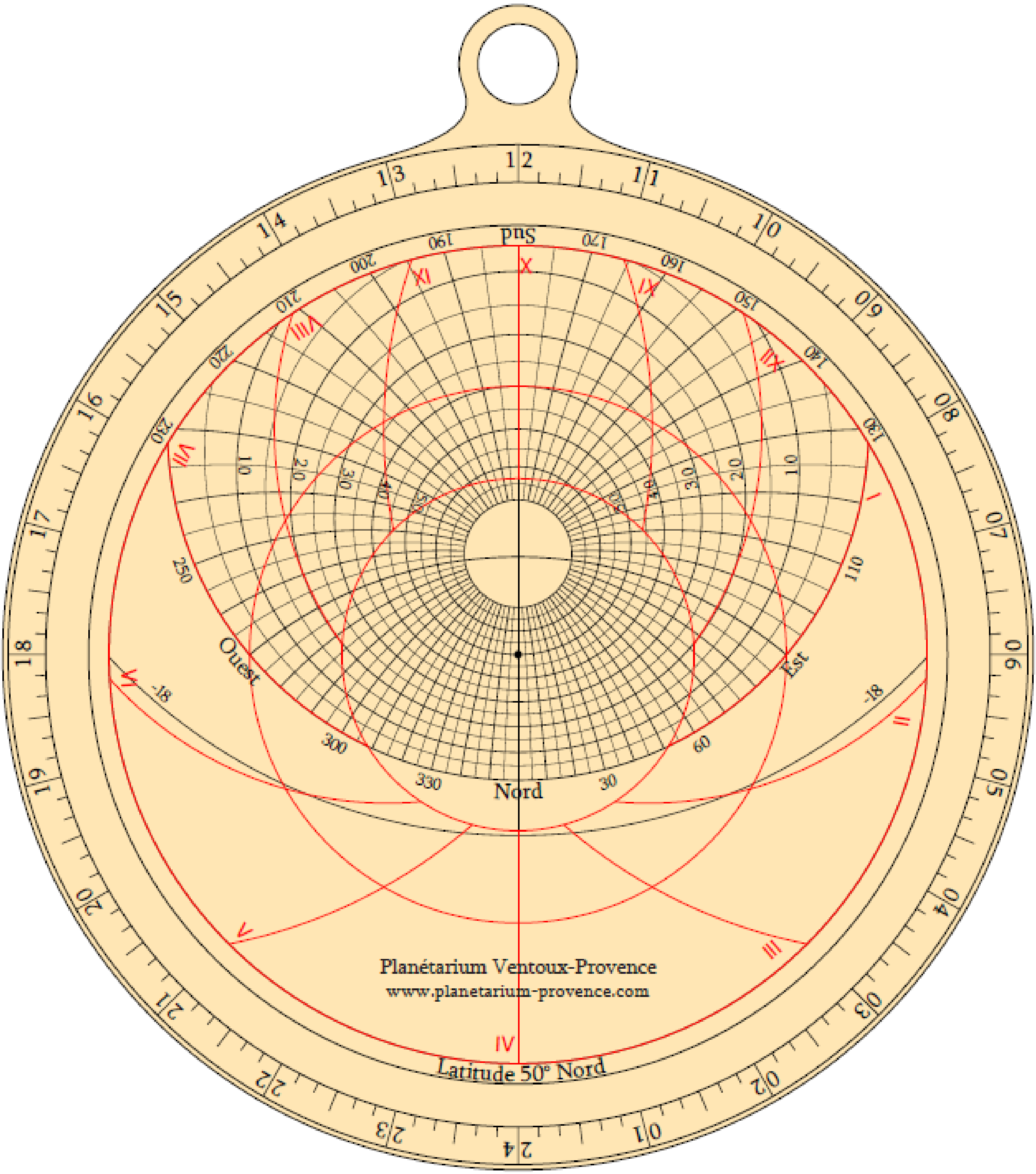
L2 =ATAN(COS(26,43*PI()/180)*TAN(L1*PI()/180))*180/PI()+180

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	*l*	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
2	α	0	9	18	27	37	47	57	68	79	90	101	112	123	133	143	153	162	171	180
3																				
4	*l*	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360	
5	α	189	198	207	217	227	237	248	259	270	281	292	303	313	323	333	342	351	360	

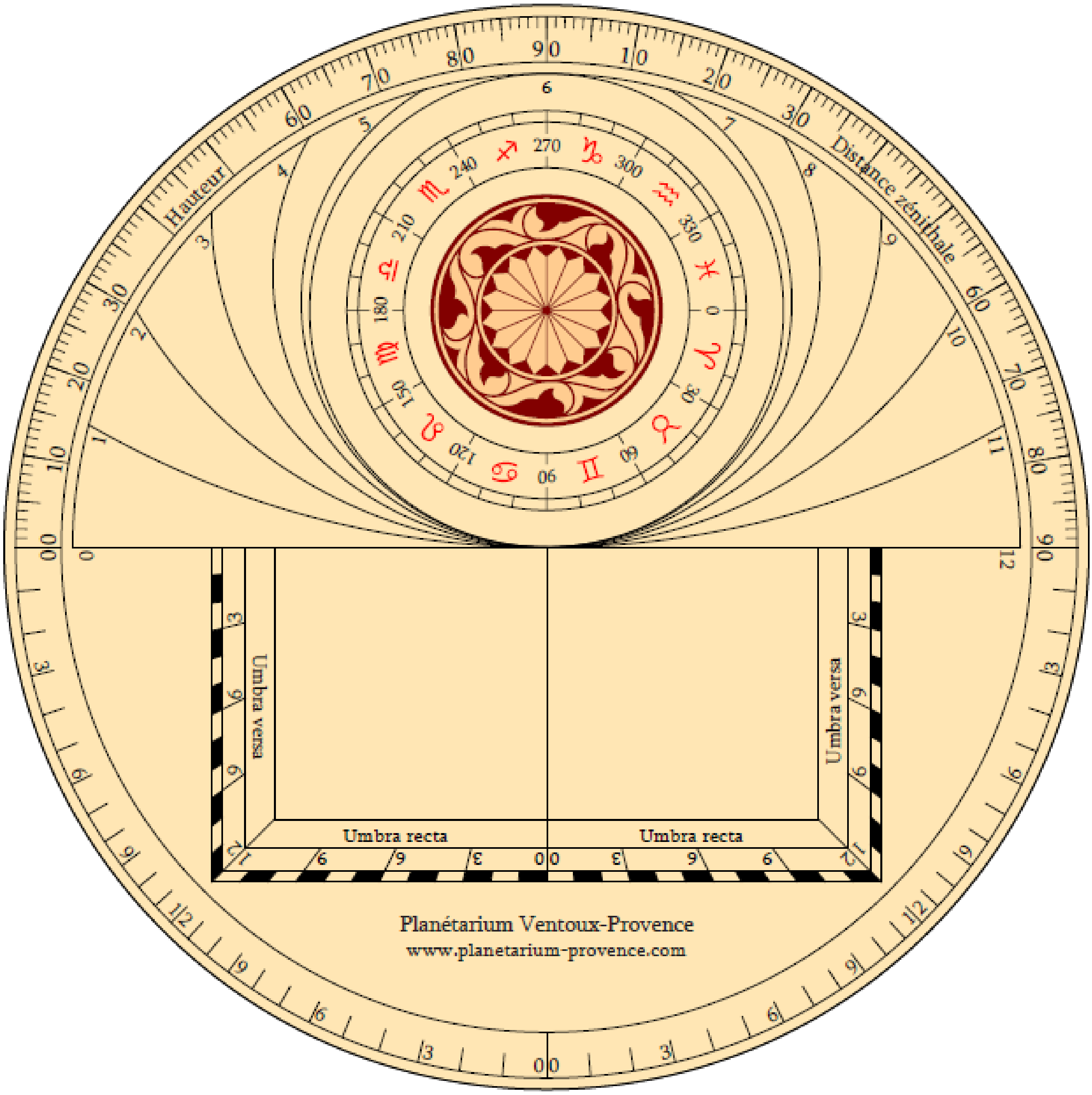
c) En plaçant ces valeurs de α sur le bord de l'araignée, graduer l'écliptique à l'aide de l'ostenseur.



Rète, ostenseur et alidade



Tympan pour la latitude 50° nord



Dos de l'astrolabe

Sources :

- www.planetarium-provence.com
- L'astrolabe - Histoire, théorie et pratique, Raymond D'Hollander, Institut océanographique éditeur
- Les instruments de l'astronomie ancienne, Philippe Dutartre, Vuibert
- L'astrolabe au carrefour des savoirs
  (Editeur : IREM Paris-Nord, Villetaneuse, 2000 Collection : IREM Paris-Nord Num. 100)