

L'ASTRONOMIE DANS L'ILE MYSTERIEUSE

Dans son roman « L'île mystérieuse », Jules Verne décrit une méthode de détermination de la position géographique d'une île, par des naufragés dépourvus du moindre instrument de mesure, si on excepte une montre qui a conservé l'heure de Washington.

Même si on trouve dans les méthodes utilisées quelques maladresses, et une recherche d'une précision illusoire, ou plus grave, des erreurs surprenantes, cette détermination s'effectue par des moyens rudimentaires avec beaucoup d'ingéniosité.

1 Sur la longueur du jour

La durée de la nuit varie suivant la date de l'année, mais aussi suivant la latitude.

Sur l'équateur, la longueur du jour¹ et celle de la nuit sont constantes au cours de l'année, leur valeur commune est 12h.

Plus on s'éloigne de l'équateur, plus la différence entre la durée du jour et celle de la nuit est grande.

Au Pôle Nord, le Soleil se lève le 21 mars (équinoxe de printemps) et se couche le 23 septembre (équinoxe d'automne), la durée du jour comme celle de la nuit est de 6 mois.

Au Pôle Sud, c'est la nuit entre le 21 mars et le 23 septembre, mais le Soleil est levé pendant toute la durée de l'automne et de l'hiver astronomiques.

Entre l'équinoxe de printemps le 21 mars et l'équinoxe d'automne le 23 septembre, dans l'Hémisphère Nord, la durée du jour est supérieure à celle de la nuit.

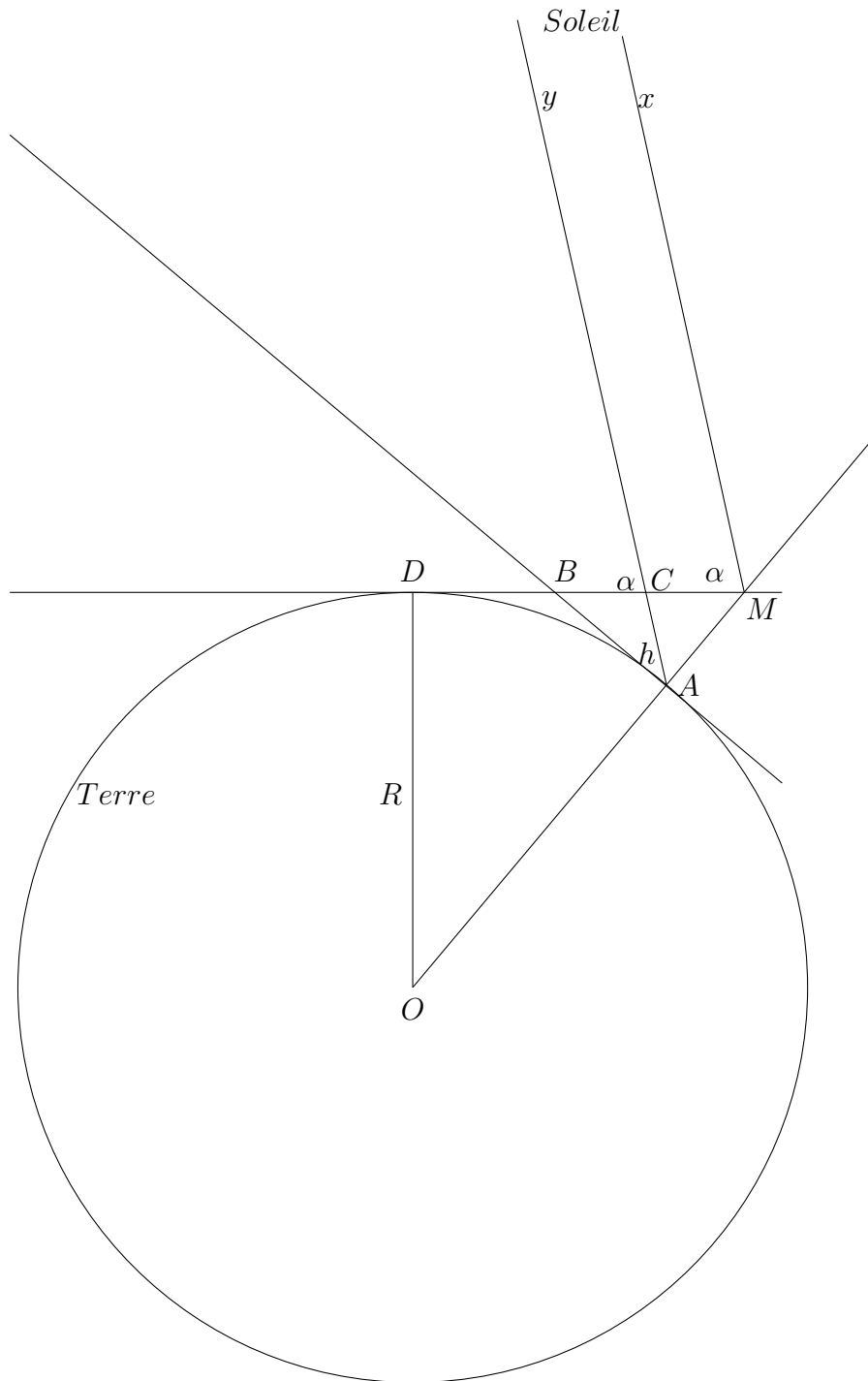
Dans l'Hémisphère Sud, c'est le contraire, la longueur de la nuit est supérieure à celle du jour entre le 21 mars et le 23 septembre.

Le 2 avril (date de l'observation), la longueur du jour dans l'Hémisphère Sud est inférieure à 12h.

Or, Jules Verne écrit que le 2 avril, le Soleil se lève à 5h 48 pour se coucher à 18h 12, la longueur du jour est donc de 12h 24min, ce qui est incompatible avec une position dans l'Hémisphère Sud.

1. La longueur du jour est l'intervalle de temps qui sépare le lever et le coucher du Soleil

2 Correction de la hauteur du Soleil due à la falaise



On représente la Terre par un cercle de centre O. Soit M un point extérieur au cercle (ce sera le sommet de la falaise). Le segment [OM] coupe le cercle en A (pied de la falaise). Les tangentes au cercle passant par M et A respectivement se coupent en B. Deux demi-droites parallèles [Mx) et [Ay) représentent les rayons du Soleil. La demi-droite [Ay) coupe (MB) en C.

On pose $OA = R$ (rayon terrestre), $AM = d$ (hauteur de la falaise), $\widehat{BAC} = h$ (hauteur du Soleil), $\widehat{BMx} = \widehat{BCy} = \alpha$ (hauteur du Soleil mesurée au sommet de la falaise). On a :

$$\begin{aligned}\alpha &= \pi - \widehat{BCA} \\ &= \pi - (\pi - h - \widehat{ABC}) \\ &= h + \widehat{ABC} \\ &= h + \left(\frac{\pi}{2} - \widehat{AMB}\right)\end{aligned}$$

$$\sin(\widehat{AMB}) = \frac{R}{R+d}$$

$$h = \alpha - \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{R}{R+d}$$

$$h = \alpha - \arccos \frac{R}{R+d}$$

Comme $R=6370\text{km}$ et en prenant $d=100\text{m}$, on trouve

$$h - \alpha = -0,32^\circ$$

Cette correction est négligeable devant la précision de 5° attendue par Cyrus Smith.

3 Détermination du midi vrai

Pour calculer la longitude du lieu, Cyrus Smith a besoin de déterminer l'instant du passage du Soleil au méridien (c'est-à-dire dans le plan vertical qui contient la direction Sud); le Soleil comme les étoiles culminent dans ce plan.

Voici ce qu'écrivit Jules Verne :

Harbert comprit alors comment l'ingénieur allait procéder pour constater la culmination du soleil, c'est-à-dire son passage au méridien de l'île, ou, en

d'autres termes, le midi du lieu. C'était au moyen de l'ombre projetée sur le sable par la baguette, moyen qui, à défaut d'instrument, lui donnerait une approximation convenable pour le résultat qu'il voulait obtenir.

En effet, le moment où cette ombre atteindrait son minimum de longueur serait le midi précis, et il suffirait de suivre l'extrémité de cette ombre, afin de reconnaître l'instant où, après avoir successivement diminué, elle recommencerait à s'allonger.

Pour nous faire une idée de la précision de la méthode, calculons, par exemple, pour le Soleil, la hauteur h_1 au moment de la culmination, c'est-à-dire lorsque l'angle horaire H_1 est nul, puis la hauteur h_2 8 minutes plus tard c'est-à-dire lorsque $H_2 = 8 \text{ minutes} = 2^\circ$.

On sait que

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$

Avec $\varphi = -37^\circ$ et $\delta = 10^\circ$ déclinaison du Soleil à la date de l'observation, on obtient $\sin h_1 = 0,681998$ et $\sin h_2 = 0,681519$, puis $h_1 = 43^\circ$ et $h_2 = 42^\circ,962$

Pendant les 8 minutes qui suivent l'instant de la culmination, la hauteur du Soleil diminue de $h_1 - h_2 = 0,038^\circ$ et cette différence est impossible à remarquer avec les moyens rudimentaires dont disposent les personnages de Jules Verne..

Ce qui signifie qu'on ne pourra pas repérer de cette façon la culmination du Soleil avec une précision d'une dizaine de minutes, or un écart de 4 minutes génère une erreur de 1° sur la longitude.

Les naufragés auraient pu observer plus facilement, avec une bien meilleure précision, l'instant du passage du Soleil dans la direction Sud préalablement déterminée.