

TD n°7 : magnitude

Exercice 1 : *magnitude et distance* La magnitude apparente d'un objet d'éclat F est définie par :

$$m = -2,5 \log_{10} \frac{F}{F_0}$$

où F_0 est une constante.

1. Soit I la luminosité d'un objet d'éclat F vu à une distance d , exprimer la magnitude apparente en fonction de d et I .
2. Soit m_1 la magnitude apparente d'un objet vu à une distance d_1 et m_2 la magnitude apparente du même objet vu à une distance d_2 . Exprimer $m_2 - m_1$ en fonction de d_1 et d_2 .
3. Vu depuis la Terre, le Soleil a une magnitude apparente égale à -27 . Calculer la magnitude qu'aurait le Soleil s'il était observé depuis l'étoile α -Centaure ($\varpi = 0''$, 76).
4. Calculer la magnitude absolue du Soleil et de Véga ($\varpi = 0''$, 125).
5. A partir de quelle distance de la planète Mars, un voyageur vers cette planète pourra-t-il voir à l'oeil nu les satellites de Mars sachant que depuis la Terre leur magnitude apparente est $m_P = 11,3$ pour Phobos et $m_D = 12,4$ pour Deimos lorsque Mars est à l'opposition. On considère ici que Mars est sur une orbite circulaire de rayon $a_M = 1,524$ AU.
6. quand on voit les deux satellites, sous quel diamètre apparent apparaissent Mars et ses satellites? (en seconde d'arc). On donne les rayons moyens suivants $R_{\text{Mars}} = 3400$ km, $R_{\text{Phobos}} = 11,1$ km et $R_{\text{Deimos}} = 6,2$ km.

Exercice 2 : *Magnitude de planètes* L'albedo d'une planète est la quantité de lumière réfléchiée par sa surface. C'est un nombre entre 0 et 1 : 0 correspond à une absorption totale (corps noir) alors que 1 correspond à une réflexion totale (miroir). On considère une planète extérieure à l'orbite de la Terre dont la magnitude apparente au moment de l'opposition est m_0 .

1. Exprimer P la puissance reçue par la planète de la part du Soleil en fonction de la luminosité du Soleil I_{\odot} , de la distance d entre la planète et le Soleil et du rayon R de la planète.

2. En déduire la puissance ré-émise par la planète sachant que l'albédo de la planète est A , puis la puissance perçue par unité de surface depuis la Terre sachant que la distance entre la planète et la Terre est Δ (on négligera ici les effets de phase).
3. Exprimer alors la magnitude apparente de cette planète lorsqu'elle se trouve à une distance Δ de la Terre et d du Soleil en fonction de Δ , d , m_0 , et R .
4. Application à Mars et Jupiter dont les magnitudes apparentes à l'opposition sont $m_{\text{Mars}} = -2$ et $m_{\text{Jupiter}} = -2,5$. Calculer leur magnitude apparente depuis la Terre lorsqu'elles sont en quadrature. On donne les rayons des orbites (supposées circulaires) de Mars et de Jupiter : $a_{\text{Mars}} = 1,524 \text{ AU}$ et $M_{\text{Jupiter}} = 5,2 \text{ AU}$.

Exercice 3 : Observation avec un instrument En vision nocturne, le diamètre de notre pupille est $\delta = 6 \text{ mm}$, et la magnitude limite visible à l'oeil nu est $m = 6$. Pour un récepteur donné (oeil, télescope, ...), on rappelle l'expression de la magnitude apparente (instrumentale) d'un objet : $m_{\text{recept}} = -2,5 \log E_{\text{recept}} + \text{cste}$, où E_{recept} est l'éclat mesuré.

1. Exprimer la puissance par unité de surface E_{oeil} traversant la pupille en fonction de la puissance totale (reçue de l'étoile) P et du diamètre de la pupille δ .
2. Idem pour un instrument de diamètre D , calculer E_{instr} .
3. En déduire que

$$m_{\text{instr}} = m_{\text{oeil}} + 5 \log \frac{D}{\delta}.$$

4. Application : calculer à quelles magnitudes l'oeil a accès avec un télescope de diamètre $D = 32 \text{ cm}$, $D = 2 \text{ m}$, $D = 8 \text{ m}$.
5. Le Soleil vu depuis la Terre a une magnitude apparente de -27 , et Jupiter à l'opposition une magnitude apparente de $-2,5$. Comment seraient vus Jupiter et le Soleil depuis α -Centaure ($\varpi = 0'' , 76$) ? Pourrait-on les voir avec un instrument d'ouverture 1 m ?
6. Calculer la séparation angulaire entre le Soleil et Jupiter vu depuis α -Centaure en seconde d'arc. Sachant que le pouvoir séparateur à la longueur d'onde λ (capacité à distinguer deux point distincts) pour un instrument d'ouverture D est :

$$r = \frac{1,22 \lambda}{D}$$

(r est un angle en radian), est-ce que l'instrument peut distinguer Jupiter et le Soleil vu depuis α -Centaure.

7. Calculer le rapport d'éclats entre Jupiter et le Soleil vus depuis α -Centaure. Conclure.

Exercice 4 : *Magnitude et dimension des étoiles* Soit une étoile de rayon R , et de température de surface T .

1. A partir de la loi de Stefan, calculer la luminosité de l'étoile en fonction de R et T .
2. Exprimer la magnitude apparente m de l'étoile en fonction de R , T , la constante de Stefan σ , la distance d depuis laquelle l'étoile est observée et F_0 (voir ex. 1).
3. En déduire la magnitude absolue M de l'étoile en fonction de R et T et de la magnitude apparente du Soleil M_\odot , de la température de surface du Soleil T_\odot et du rayon solaire R_\odot .
4. Sirius A a une magnitude apparente $m = -1,6$ et sa parallaxe est $\varpi = 0'',375$. Quelle est sa magnitude absolue? Sachant que sa température de surface est 10 900 K (type A_0), que $M_\odot = 4,6$, $T_\odot = 5\,770$ K calculer le rayon de Sirius A en fonction de R_\odot .
5. Mêmes questions pour le compagnon Sirius B de Sirius A dont la magnitude apparente est 8,1 et sa température de surface 9 000 K (type A_5).
6. En déduire l'étape à laquelle se trouve ces étoiles dans leur évolution (on pourra reprendre les masses calculées dans un précédent TD).